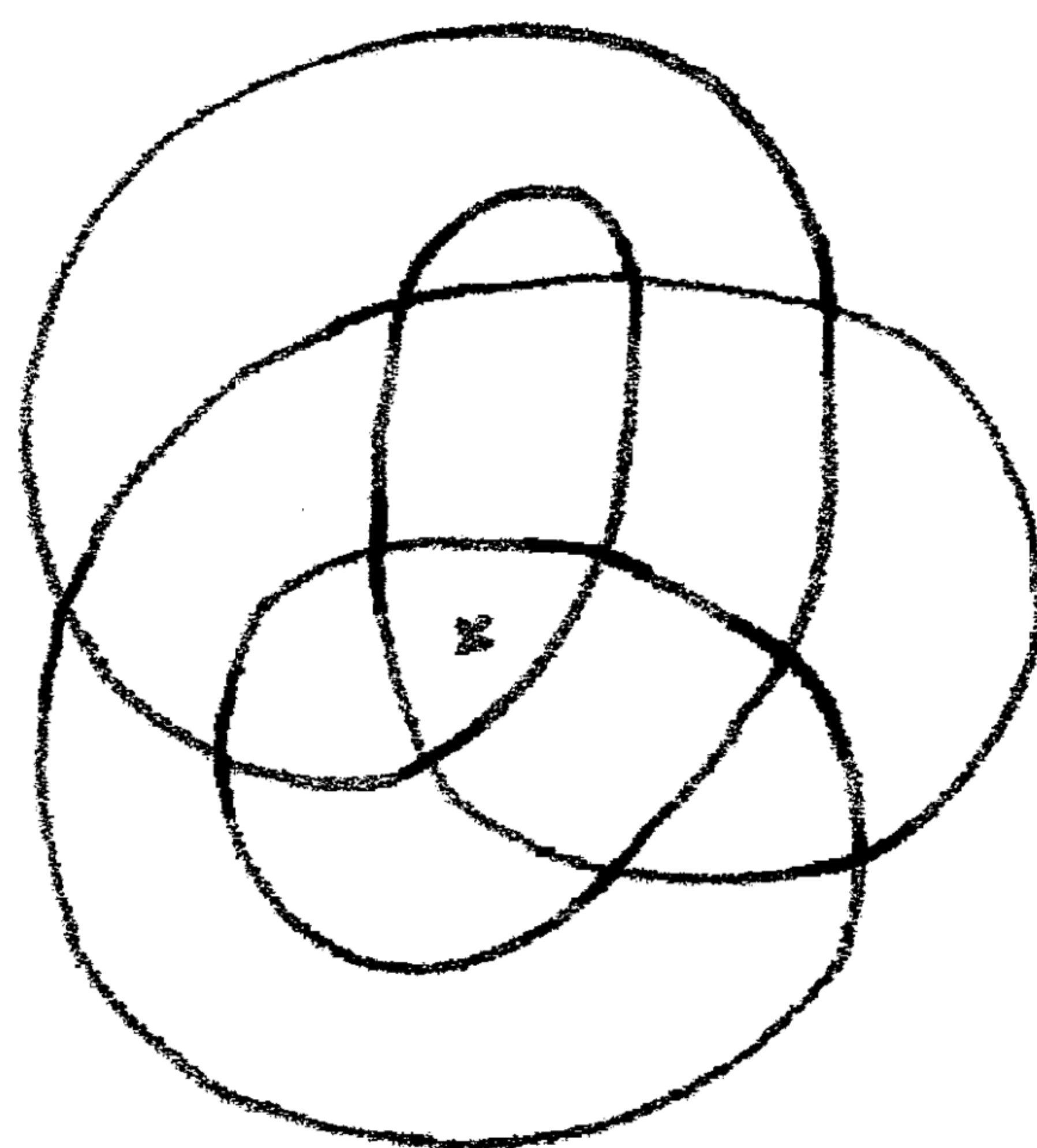
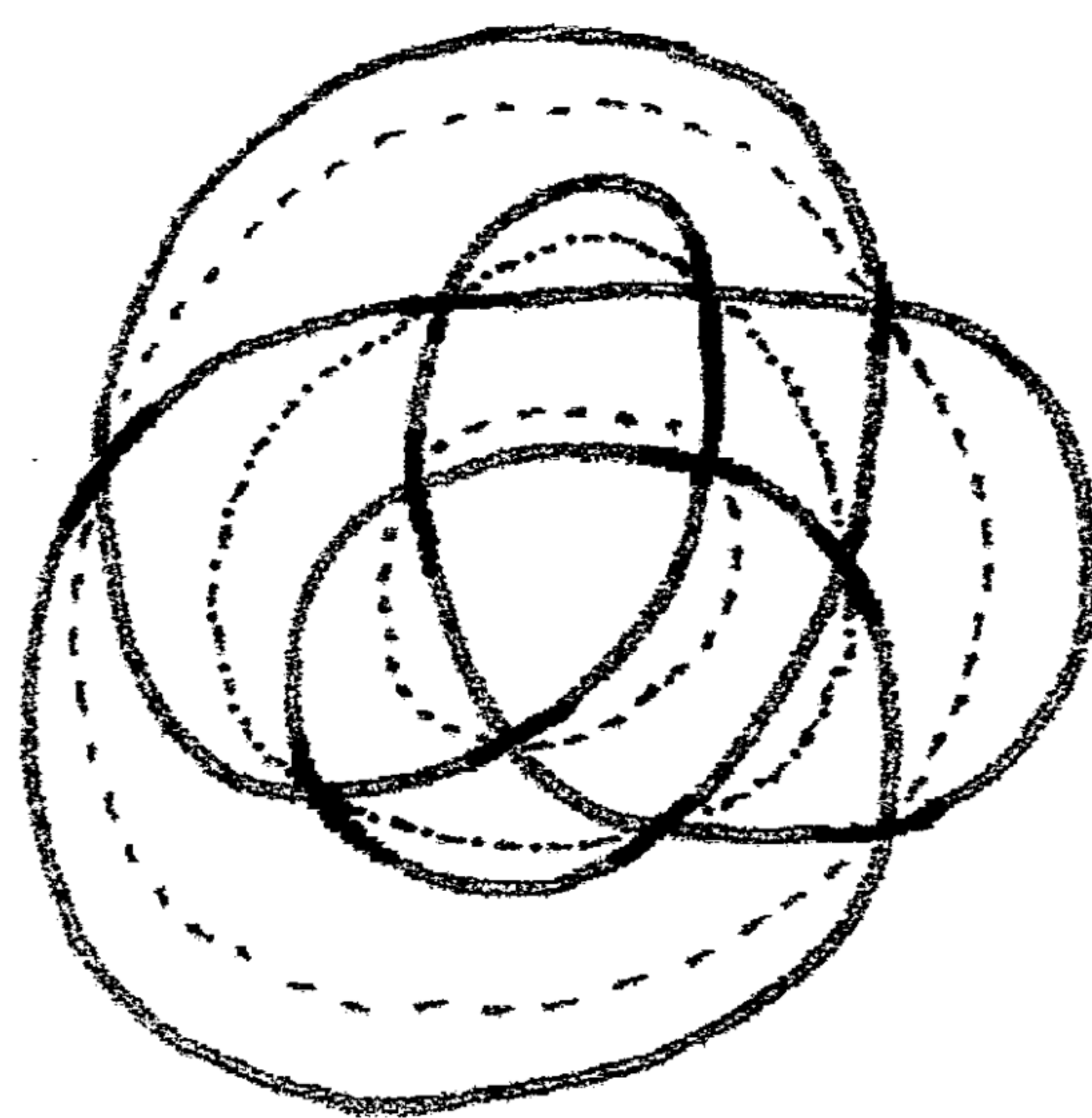


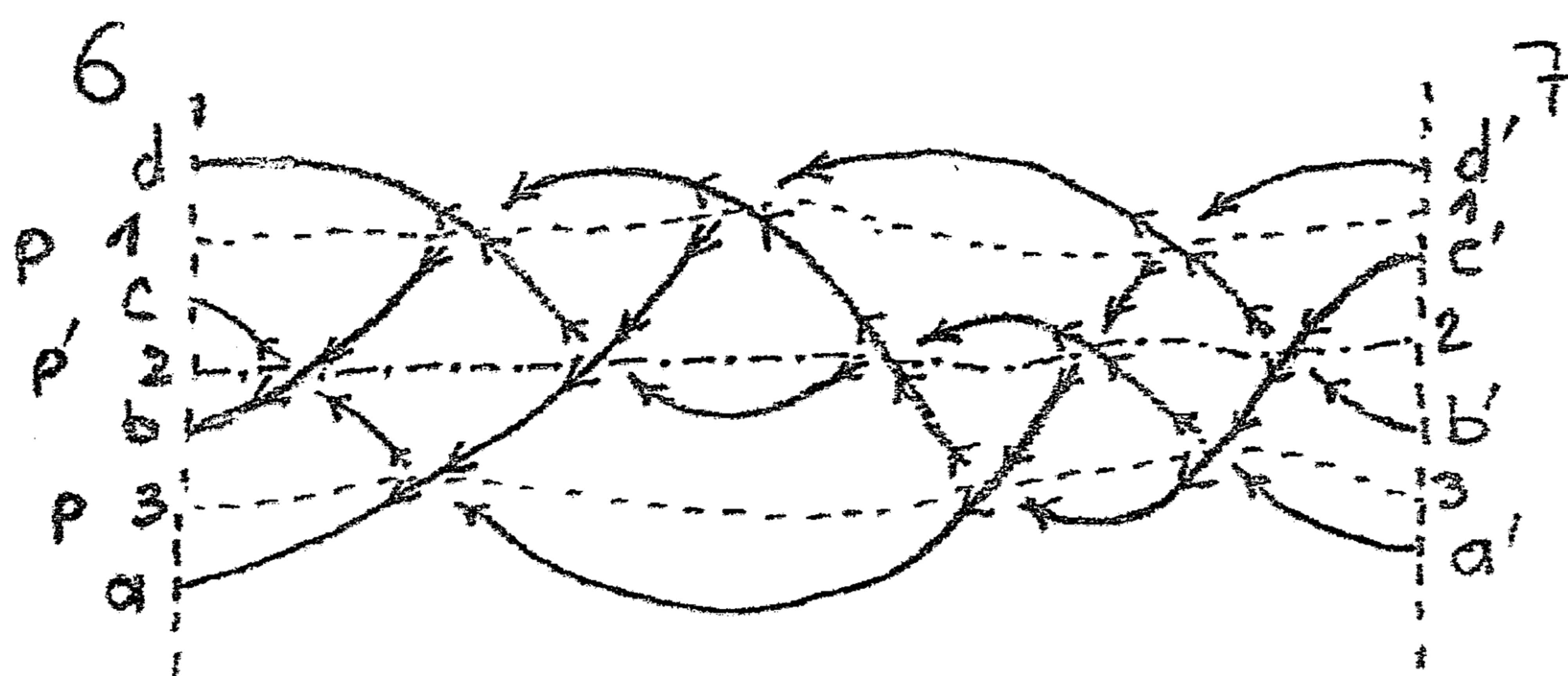
c'est donc un paramètre *invariable* de l'*ombre* — qui est la projection sans dessus-dessous de l'état, tous les croisements ne sont donc que des points doubles —



ce qui signifie que tous les états, alterné ou non alternés, qui ont même ombre ont même parure. ces états qui ont même ombre et donc même parure sont appelés *métabolites*, éléments d'un ensemble lui-même désigné par le nom de *métabole*. pour le dire autrement, les *métabolites* ont *même morphologie*, leur projection sur le plan dessine donc une *unique ombre* qui est ainsi l'image *sans* dessus-dessous du *métabole* qui joue ainsi le rôle de classe d'équivalence. on peut de ce fait assimiler l'*ombre* à un *graphe* dont tous les sommets sont des *points doubles*. les sommets de ce graphe sont l'image unique des croisements, identifiés par cette projection, de tous les *métabolites* du même *métabole*, et les arêtes de ce graphe sont l'image de toutes les portions de brin — il y en a le *double* du nombre des croisements — qui relient les deux mêmes croisements consécutifs.



chaque *parure* pare les croisements que l'autre ne pare pas. cette lecture redouble celle des disques de centration. reportons le fléchage sur la tresse ainsi que les lignes de *parures*.

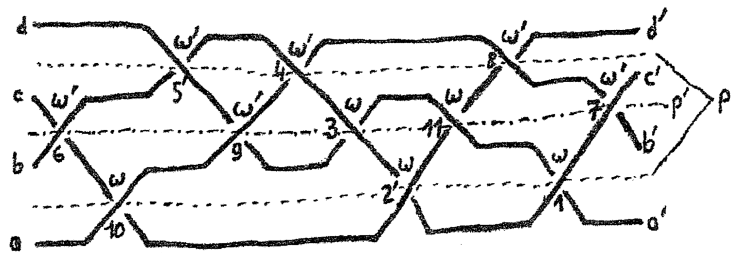
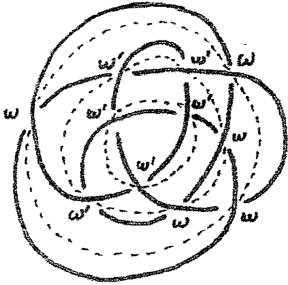


f - ornement, ornures de l'état et de la tresse.

l'**ornure** est la lecture des *dessus-dessous*; elle fait donc sortir l'état de l'ombre. il **ornures**. en voici la définition : deux croisements consécutifs ont **même ornure** s'ils sont **alternés**, et sont d'**ornures différentes** s'ils sont *non alternés*. nous notons les **ornures** ω et ω' . le choix d'une **ornure** pour un croisement est *arbitraire*, mais ce choix fait, toutes les autres **ornures** sont ainsi fixées.

$$\frac{\omega}{1} \mid \frac{\omega}{1} \text{ ou } \frac{\omega'}{1} \mid \frac{\omega'}{1}, \frac{\omega}{1} \mid \frac{\omega'}{1} \text{ ou } \frac{\omega'}{1} \mid \frac{\omega}{1} \text{ et } \frac{\omega}{1} \mid \frac{\omega'}{1} \text{ ou } \frac{\omega'}{1} \mid \frac{\omega}{1}$$

deux états ayant même ombre, et donc même parure, sont différents si leurs ornures diffèrent.
tous les croisements d'un état, et conséquemment de la tresse, sont ainsi **ornés** et *parés*.



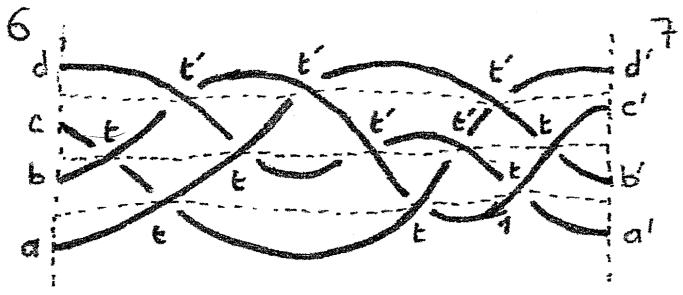
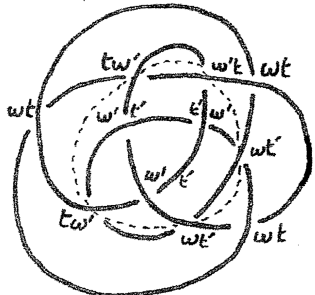
g - tournure de l'état et dans la tresse.

la **tournure** d'un croisement est la composition de son **ornure** et de sa *parure*. comme il y a deux **ornures** et deux *parures*, il y a deux **tournures**, t et t' . il y a ainsi quatre famille de croisements : $t\omega p$, $t\omega'p'$, $t'\omega p'$ et $t'\omega'p$. la valeur absolue des différences des **tournures** d'un état est un invariant d'amas². elle est donnée par la *formule d'état* de l'état.

$$\eta = \Delta T = |at - bt'| = |(a_1 \omega p + a_2 \omega'p')_t - (b_1 \omega p' + b_2 \omega'p)_t|$$

où les a_i et les b_i sont les coefficients des familles de croisements de l'état. dans notre exemple le coefficient a_1 est la somme des croisements 1, 2 et 10, a_2 des croisements 6, 7 et 9, b_1 des croisements 3 et 11, et enfin b_2 des croisements 4, 5 et 8; d'où $a_1 = a_2 = b_2 = 3$ et $b_1 = 2$; soit

$$\eta = \Delta T = |(3\omega p + 3\omega'p')_t - (2\omega p' + 3\omega'p)_t| = |6t - 5t'| = 1.$$



la formule d'état s'écrit de manière condensée sous la forme d'une table carrée.

$$\eta = \begin{matrix} & \omega & \omega' \\ \begin{matrix} p \\ p' \end{matrix} & \left| \begin{matrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{matrix} \right| \\ & \begin{matrix} t' & t \end{matrix} \end{matrix}$$

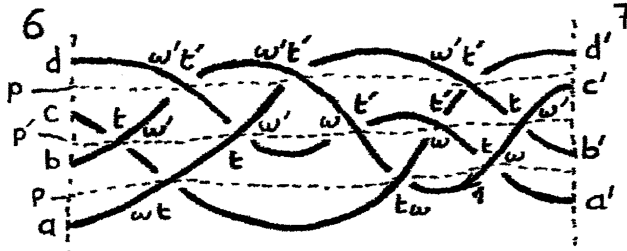
² cf. *pnr*, *a.c.*, et annexe *amas*.

la *tournure* se lit en diagonale et ΔT comme valeur absolue de la différence des deux diagonales telle que donnée par la formule ci-dessus.

la différence de *tournure* ΔT étant un invariant d'amas, elle change comme *partition en sommants* du nombre fixe des croisements du nœud : $\Delta T = |at - bt'|$ avec $c = a + b$. les états d'un amas étant différents ils peuvent éventuellement différer par leurs coefficients a et b qui parcourent donc les paires (a_i, b_j) , de $(c, 0)$ à $(c/2, c/2)$ pour les nombres pairs de croisements, $((c+1)/2, (c-1)/2)$ pour les impairs.

h – la tresse *ornée, parée, tournée*

nous reportons sur la tresse ces trois paramètres. les *trois* disques de centrations, qui sont les *deux parures* dont une en deux *tenants*, sont représentés par les lignes tiretées.



B – codages selon l'ornure, la *parure* et la *tournure*.

les deux acceptions d'un croisement ont évidemment le même code.

α) selon l'ornure

si on assigne, arbitrairement, à l'ornure ω le code '1' et à l'ornure ω' le code '0', la lecture-écriture selon le périple décrit en A-(c) donne le *mot circulaire* 1110000000111100011100.

β) selon la *parure*

de même, en faisant '1' pour p et '0' pour p' , nous obtenons 1101100110110001101100 — tout le disque de centrations 2 est codé '0' et les deux autres disques codés exclusivement '1'.

γ) selon la *tournure*

enfin, en attribuant les codes '1' à la *tournure* t et '0' à la *tournure* t' , nous obtenons le mot-code 1100011001110010001111

C – comparaison des codes entre eux

nous allons comparer code (Ω) et code (P) afin d'obtenir par lecture directe code (T).

a) nous utilisons l'algorithme

SI code (Ω) = code (P) ALORS code (T) = 1
SINON 0.

correspondant à la table logique de l'équivalence : (**non** Ω ou P) et (Ω ou **non** P). cet algorithme est circulaire c'est-à-dire qu'il peut s'énoncer, avec, indifféremment, $X, Y, Z \in \{\Omega, P, T\}$:
SI code (X) = code (Y) ALORS code (Z) = 1 SINON 0

Ω	P	T
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X	Y	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

b) nous écrivons le mot d'état obtenu en A-(c), puis nous écrivons dessous les mot-codes en posant sous chaque numéro de croisement son élément code, '0' ou '1'.

Retirer le filigrane maintenant

croisements	1	2'	3	4	5'	6	7'	8	4'	9	10	1'	11	3'	9'	5	8'	11'	2	10'	6'	7
code Ω	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
code P	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
code T	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1

tableau des codes lus selon le mot d'état

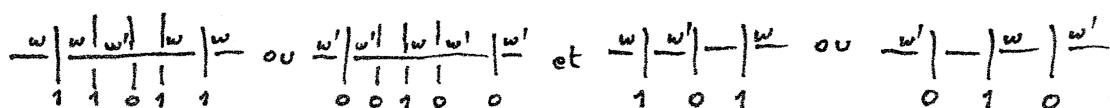
puisque chaque croisement est compté deux fois, nous divisons par deux le nombre de '1' et de '0'. en code T , il y a six '1' pour cinq '0', donc $|6 - 5| = 1$, résultat donné en A-(g) ci-dessus. dans cet exemple il y a une coïncidence qui conduirait à effectuer le même calcul pour code P et code Ω : la lectrice et le lecteur pourront s'en convaincre en testant d'autres états, métamorphoses de celui-ci³.

c) formule des portées

toutes les suites codées ne donnent pas nécessairement des états premiers. il existe une relation entre le nombre de croisements d'un état et sa capacité à supporter des arcs de portée quelconque. un état réduit non alterné est un état supportant des arcs de portée strictement supérieure à 1. cette relation, appelée **cp** — pour conditions de portées — est la formule des portées⁴

$$c \geq 5p_{\max} - r - 1$$

où p_{\max} représente la portée maximum admise par l'état, sinon l'état est réductible. cette condition des portées maxima donnée, gardons en vue l'exemple traité jusqu'à présent. l'invariance de T nous amène à considérer les codages permettant d'obtenir $|6 - 5| = 1$; considérons la formule des portées dans notre exemple, nous avons : $11 \geq 5 \cdot 2 - 1 - 1$ ce qui indique que p_{\max} ne peut être supérieur à 2, ce qui, en terme de codage des Ω , interdit les suites codant pour des portées supérieures à 2, soient les séquences d'**ornures**... $\omega\omega'\omega$... et inverse ... $\omega'\omega\omega'$... codées ...**101**... et ...**010**... ces suites "alternées" de codes représentent et sont représentées dans l'état par des portions de brin *non alternées*, des arcs de portée 3 ou des suites d'antibrins⁵ de portée 0 dont voici les dessins.



il suffit donc d'éliminer les combinaisons obtenues possédant ces suites, la présence d'une seule risquant d'assurer la réductibilité de l'état.

d) invariance de T , recherche de tous les mots permis. c'est-à-dire de tous les états réduits métamorphosables.

nous avons vu que les configurations Ω doivent être comparées au mots P correspondants afin d'obtenir tous les T permis par l'invariance de T . or la *parure* est fixée dans l'ombre⁶, elle est donc *invariable*⁷, ce qui génère des couplages qui limitent les changements de valeurs des codes Ω , de '0' en '1' et réciproquement, afin d'en éviter les suites prohibées — triplets

³ voir en annexe **codage**, un autre exemple traité.

⁴ cf. **pnr**, *o. c.*.. pour mémoire 'c' est le nombre de croisements de l'état réduit et 'r' le nombre de ronds composant l'état.

⁵ une suite de deux brins de portée 0 est un brin de portée 3 vue "de l'autre côté". cf **pnr**.

⁶ c'est-à-dire l'état projeté sans dessus-dessous, tous les croisements étant des points doubles.

⁷ voir plus haut en A-(e), "**parement**..."

dans notre exemple — car **cp** s'applique à **tous** les nœuds à mêmes paramètres : nombre de ronds et nombre de croisements⁸. pour exemple, revenons à notre table des mots-codes

Retirer le filigrane maintenant

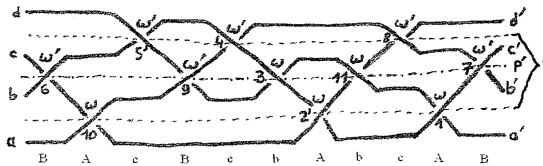
1 2' 3 4 5' 6 7' 8 4' 9 10 1' 11 3' 9' 5 8' 11' 2 10' 6' 7

croisements	1	2'	3	4	5'	6	7'	8	4'	9	10	1'	11	3'	9'	5	8'	11'	2	10'	6'	7
code Ω	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
code P	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
code T	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1

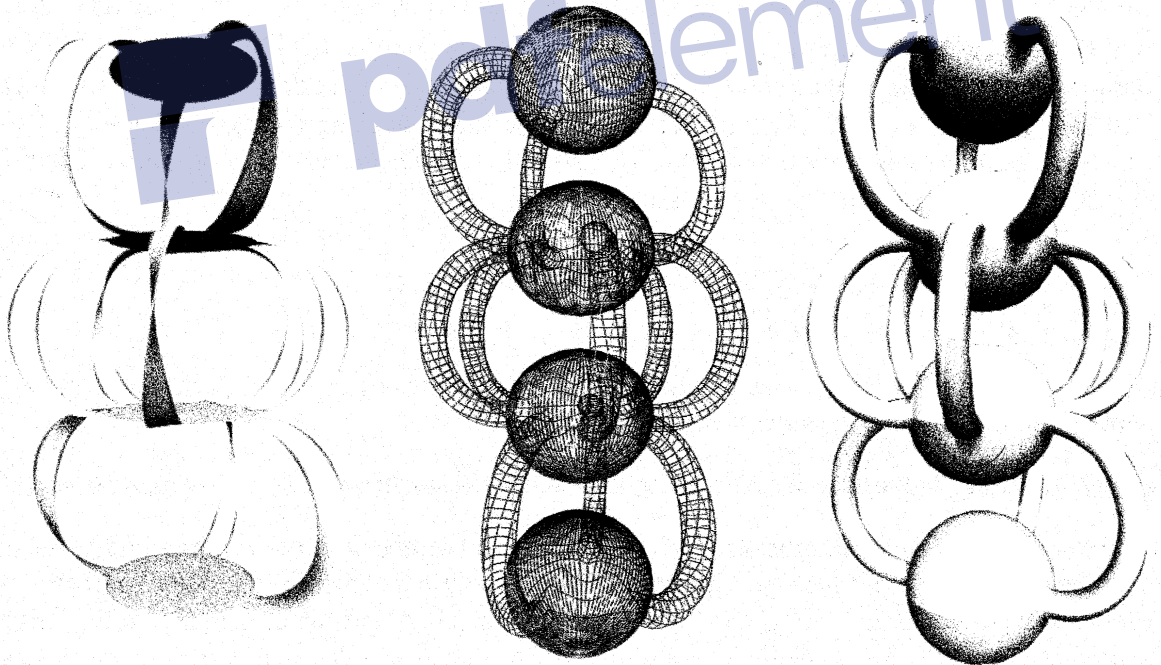
on y remarque que la séquence Ω ne contient pas une telle suite.

C – présentations de la tresse seiffertisée

repreons notre tresse dessinée en A-(f), page 4, et assignons à chaque croisement une lettre avec la convention : en majuscule pour les croisements \times et en minuscule pour les croisements \times . ce codage permet de "seiffertiser" aisément la tresse : BAcBcbAbcAB.



voici trois présentations de la même tresse sous forme de surface de seiffert.



3 présentations de la surface de seiffert correspondant à la tresse BAcBcbAbcAB

commentaires : à gauche la surface, au centre en mailles et en boules, à droite en boules. cette surface comporte 4 "plateaux" — 4 boules —, soit un de plus que de lettres différentes. entre deux plateaux il y a autant de bandes qu'il y a de croisements de mêmes niveaux, [A] est le plateau rez de chaussée, [B, b] le 1^{er} étage et [c] le second.

⁸ exemple de la logique de couplage en annexe "couplages et inversions de dessus-dessous".